

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:



## XIX Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(28 września 2023 r., godz. 9:00)

**Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.**

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem **X** podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązane zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej  $n$  liczba  $2n + 1$  jest

T

a) dodatnia;

T

b) nieparzysta;

N

X

c) pierwsza.

**Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut.**

**Powodzenia!**

1. Istnieją dwie liczby pierwsze, których suma jest równa

a) 17;

b) 18;

c) 19.

2. Pewne dwie liczby całkowite większe od 10 różnią się o 10. Wynika z tego, że te dwie liczby

a) mają takie same cyfry jedności;

b) mają cyfry dziesiątek różniące się o 1;

c) dają takie same reszty przy dzieleniu przez 2.

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:

3. Sześciokąt  $ABCDEF$  jest foremny. Wynika z tego, że

- a) trójkąt  $ABC$  jest równoramienny;  
 b) trójkąt  $ACE$  jest równoboczny;  
 c) trójkąt  $ACF$  jest prostokątny.

4. Dany jest okrąg o promieniu 5. Istnieje cięciwa tego okręgu, która ma długość

- a) 5;  
 b) 10;  
 c) 15.

5. W wyniku zwiększenia liczby 50 o 100% uzyskujemy tę samą liczbę, co w wyniku

- a) zwiększenia liczby 100 o 50%;  
 b) zmniejszenia liczby 150 o 50%;  
 c) zmniejszenia liczby 200 o 50%.

6. Istnieje trójkąt ostrokątny o wszystkich trzech bokach całkowitej długości i obwodzie równym

- a) 3;  
 b) 4;  
 c) 5.

7. Kostka do gry ma kształt sześcianu, który na każdej ścianie ma inną liczbę oczek, od 1 do 6. Jaś rzucił trzema takimi kostkami, a Małgosia — czterema. Następnie każde z nich dodało liczby wyrzuconych przez siebie oczek. Wynika z tego, że

- a) wynik uzyskany przez Małgosię jest większy od wyniku uzyskanego przez Jasia;  
 b) różnica pomiędzy wynikiem Jasia i wynikiem Małgosi równa jest co najwyżej 6;  
 c) wyniki otrzymane przez Jasia i Małgosię są różne.

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:

8. Liczby całkowite  $a$ ,  $b$  spełniają nierówności  $a > 1$  oraz  $b > 9$ . Wynika z tego, że

- a)  $a + b > 11$ ;  
 b)  $ab > 19$ ;  
 c)  $b - a \geq 8$ .

9. Na bokach kwadratu o boku 1 wybrano trzy różne punkty  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Wynika z tego, że co najmniej jeden z odcinków  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  ma długość

- a) nie większą od 1;  
 b) nie mniejszą od 1;  
 c) różną od 1.

10. Istnieją takie dwie naturalne liczby 19-cyfrowe, których iloczyn jest liczbą

- a) 37-cyfrową;  
 b) 38-cyfrową;  
 c) 39-cyfrową.

11. W pola tablicy  $3 \times 3$  wpisano liczby całkowite od 1 do 9, każdą dokładnie raz. Wynika z tego, że suma trzech liczb w pewnym wierszu jest

- a) parzysta;  
 b) nieparzysta;  
 c) równa co najmniej 15.

12. Liczba  $7^{19} + 7^{20} + 7^{21}$  jest podzielna przez

- 19;  
 20;  
 21.

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:

13. Przez  $\text{NWD}(x, y)$  oznaczamy największy wspólny dzielnik liczb  $x$  oraz  $y$ . Istnieją dodatnie liczby całkowite  $a, b, c$  o tej własności, że  $\text{NWD}(a, b) = 2$ ,  $\text{NWD}(b, c) = 4$  oraz

- a)  $\text{NWD}(a, c) = 3$ ;  
 b)  $\text{NWD}(a, c) = 6$ ;  
 c)  $\text{NWD}(a, c) = 12$ .

14. W czworokącie wypukłym  $ABCD$  zachodzą równości  $AB = AC = 2$ ,  $CB = CD = 1$ . Wynika z tego, że

- a)  $BD \leq 2$ ;  
 b)  $\sphericalangle BAD \leq 60^\circ$ ;  
 c) pole czworokąta  $ABCD$  jest nie większe od pola trójkąta równobocznego o boku 2.

15. W gronie siedmiu osób każdy ma co najmniej 3 znajomych spośród pozostałych osób (przyjmujemy, że jeśli  $A$  jest znajomym  $B$ , to również  $B$  jest znajomym  $A$ ). Wynika z tego, że w tym gronie

- a) pewna osoba ma co najmniej 4 znajomych spośród pozostałych osób;  
 b) pewne dwie osoby mają co najmniej 3 wspólnych znajomych;  
 c) pewne trzy osoby znają się wzajemnie.