VI Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zachęcamy Gimnazjalistów do wzięcia udziału w zawodach!

Jak wystartować w OMG

Wystarczy rozwiązać co najmniej jedno z poniższych zadań i swoje rozwiązania przesłać do właściwego Komitetu Okręgowego OMG, najpóźniej dnia **25 października 2010 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

Aby zakwalifikować się do kolejnego etapu Olimpiady, nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań. Progi kwalifikacyjne są każdego roku inne i zależą od liczby uczestników, jakości rozwiązań i trudności zadań. Adresy Komitetów Okręgowych, informacje o kwalifikacji do zawodów stopnia drugiego, zadania z poprzednich edycji OMG oraz inne informacje można znaleźć na stronie internetowej OMG: **www.omg.edu.pl**

Dlaczego warto wystartować w OMG

Zgodnie z decyzją Ministerstwa Edukacji Narodowej laureaci OMG są zwolnieni z egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej i przyjmowani do wybranego liceum w pierwszej kolejności. Wielu finalistów OMG zostało później finalistami Olimpiady Matematycznej (dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych). Finaliści i laureaci Olimpiady Matematycznej przyjmowani są do wybranej przez siebie szkoły wyższej w pierwszej kolejności.

Komitet Główny
Olimpiady Matematycznej
Gimnazjalistów

Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów
www.omg.edu.pl

Terminarz VI Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego
od 1 września 2010 r.
do 25 października 2010 r.

Zawody stopnia drugiego
8 stycznia 2011 r.

Zawody stopnia trzeciego
19–20 marca 2011 r.

Zadania konkursowe zawodów stopnia pierwszego

Zadanie 1. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2+x(y-4)=-2 \\ y^2+y(x-4)=-2. \end{cases}$$

Zadanie 2. W pewnym czworościanie każdy wierzchołek połączono odcinkiem ze środkiem okręgu opisanego na przeciwległej ścianie. Okazało się, że otrzymane odcinki są wysokościami czworościanu. Wykaż, że czworościan ten jest foremny.

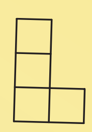
Zadanie 3. Udowodnij, że dla każdych dodatnich liczb a, b, c spełniona jest nierówność

$$\frac{a}{\sqrt{a+b}}+\frac{b}{\sqrt{b+c}}+\frac{c}{\sqrt{c+a}}>\sqrt{a+b+c}.$$

Zadanie 4. Dany jest sześciokąt wypukły $ABCDEF$. Punkt X leży wewnątrz tego sześciokąta. Punkty K, L, M, N, P, Q są odpowiednio środkami boków AB, BC, CD, DE, EF, FA. Wykaż, że suma pól czworokątów $QAKX$, $LCMX$, $NEPX$ nie zależy od wyboru punktu X.

Zadanie 5. W każde pole kwadratowej tablicy 100×100 wpisano liczbę rzeczywistą. Okazało się, że suma liczb wpisanych w każde cztery pola, które można nakryć L-tetraminem, jest równa 0. Wyznacz sumę liczb wpisanych w pola, które znajdują się na obu przekątnych tablicy.

Uwaga: L-tetraminem nazywamy figurę składającą się z czterech kwadratów o boku 1, ułożonych jak na rysunku obok. L-tetramina można obracać i odbijać symetrycznie.



Zadanie 6. Czworokąt wypukły $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Jego przekątne przecinają się w punkcie E, a kąt BEC jest rozwarty. Prosta przechodząca przez punkt C i prostopadła do prostej AC przecina prostą przechodzącą przez punkt B i prostopadłą do prostej BD w punkcie F. Wykaż, że proste EF i AD są prostopadłe.

Zadanie 7. Udowodnij, że nie istnieją dodatnie liczby nieparzyste a i b spełniające równanie

$$a^2-b^3=4.$$